ВОССТАНОВЛЕНИЕ ЦИФРОВЫХ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ, ИСКАЖЕННЫХ ИМПУЛЬСНЫМИ ШУМАМИ И ПОМЕХАМИ

В.В.Сазонов

Пензенский государственный университет

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ЦИФРОВЫХ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ, ИСКАЖЕННЫХ ИМПУЛЬСНЫМИ ШУМАМИ И ПОМЕХАМИ

В.В.Сазонов (Пензенский государственный университет)

Под ***импульсными помехами и шумами*** принято считать искажение полезных сигналов большими импульсными выбросами произвольной полярности и малой длительности.

Причины появления импульсных помех различны: это могут быть как внешние электромагнитные помехи в элементах электроснабжения, так и наводки, сбои и помехи в работе отдельных элементов систем управления и контроля, а также прочие случайные причины, не подлежащие прогнозированию.

Задача фильтрации шумов в условиях априорной неопределенности остается весьма актуальной и практически востребованной, учитывая, что существующие методы ее решения базируются, как правило, на переборе известных алгоритмов оптимальной фильтрации в предположении о «стационарности» анализируемых данных.

К данной группе задач можно отнести и задачу восстановления сигналов произвольной формы и частотного состава в присутствии аддитивных импульсных шумов. Традиционно считается, что для сигналов, искаженных действием импульсных шумов, отсутствует строгая в математическом смысле постановка и решение задачи фильтрации. При этом известны и практически апробированы алгоритмы (например, алгоритм медианной фильтрации), основанные, в основном, на эвристическом подходе к минимизации влияния некоррелированных помех в сигналах известной формы.

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ЦИФРОВЫХ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ, ИСКАЖЕННЫХ ИМПУЛЬСНЫМИ ШУМАМИ И ПОМЕХАМИ

В.В.Сазонов (Пензенский государственный университет)

Целью работы являлось теоретическое обоснование и демонстрация практических возможностей метода сингулярного анализа матрицы исходных данных при восстановлении наблюдаемых данных в условиях воздействия некоррелированных импульсных помех.

Единственной априорной информацией в рамках данной задачи считается предположение о конечности (финитности) интервала взаимной корреляции полезного сигнала и шумовой компоненты, определяемого исходя из характера физических особенностей рассматриваемой задачи. Данное утверждение имеет определенную практическую предпосылку и является естественным теоретическим ограничением.

Методы фильтрации импульсных помех

Функция плотности вероятности для биполярного импульсного шума имеет следующий вид (рис.1)

$$p(x) = \begin{cases} P_a, & \text{при } x = a; \\ P_b, & \text{при } x = b; \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

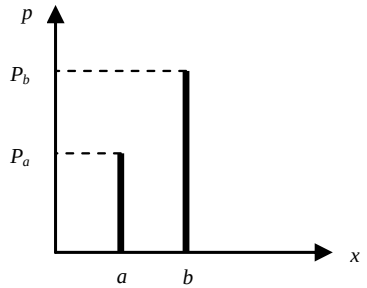


Рис.1. Вероятностная модель импульсного шума

В случае некоррелированного импульсного шума, пространственная фильтрация считается лучшим из возможных методов восстановления.

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ЦИФРОВЫХ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ, ИСКАЖЕННЫХ ИМПУЛЬСНЫМИ ШУМАМИ И ПОМЕХАМИ

В.В.Сазонов (Пензенский государственный университет)

Характеристики пространственных фильтров восстановления

№	Название	Формула	Краткая характеристика
Усредняющие фильтры			
1	Средне-арифметический фильтр	$\breve{f} = \frac{1}{mn} \sum_{(s,t)\in S_{xy}} g(s,t)$	Фильтр в виде свёртки с маской, все коэффициенты которой равны 1/mn. Этот фильтр просто сглаживает локальные вариации яркости на изображении. Уменьшение шума происходит в результате этого сглаживания.
2	Средне-геометрический фильтр	$\breve{f} = \left[\prod_{(s,t)\in S_{xy}} g(s,t) \right]^{\frac{1}{mn}}$	Сравним со средне-арифмети-ческим фильтром, но при этом сохра-няется больше деталей изображения.
3	Средне-гармонический фильтр	$\breve{f} = \frac{mn}{\sum_{(s,t)\in S_{xy}} \frac{1}{g(s,t)}}$	Фильтр хорошо работает в случае униполярного импульсного шума, но не работает в случае униполярного шума.
4	Средне-контр-гармонический фильтр	$\breve{f} = \frac{\sum_{(s,t)\in S_{xy}} g(s,t)^{Q+1}}{\sum_{(s,t)\in S_{xy}} g(s,t)^{Q}}$	Q - порядок фильтра. Этот фильтр хорошо приспособлен для уменьшения импульсного шума. При Q>0 фильтр устраняет «чёрную» часть импульсного шума, при Q<0–«белую». При Q=0 – среднеарифметический фильтр, при Q=-1– средне-гармонический. Весьма чувствителен к неверному выбору знака Q.
Фильтры, основанные на ранговых статистиках			
5	Медианный фильтр	$\breve{f}(x,y) = \underset{(s,t)\in S_{xy}}{\text{med}} \{g(s,t)\}$	Особенно эффективен при наличии биполярного импульсного шума.
6	Фильтр максимума	$\breve{f}(x,y) = \max_{(s,t)\in S_{xy}} \{g(s,t)\}$	Полезен при обнаружении наиболее ярких точек на изображении. Т.к. униполярный «чёрный» импульсный шум принимает в этом случае минимальные значения, фильтр позволяет уменьшить такой шум.
7	Фильтр минимума	$\breve{f}(x,y) = \min_{(s,t)\in S_{xy}} \{g(s,t)\}$	Полезен при обнаружении наиболее тёмных точек, уменьшает «белый» импульсный шум.
8	Фильтр срединной точки	$\breve{f}(x,y) = \frac{1}{2}\left[\max_{(s,t)\in S_{xy}} \{g(s,t)\} + \min_{(s,t)\in S_{xy}} \{g(s,t)\} \right]$	Объединяет в себе методы ранговых статистик и усреднения.
9	Фильтр усечённого среднего	$\breve{f}(x,y) = \frac{1}{mn-p} \sum_{(s,t)\in S_{xy}} g_r(s,t)$	gr(s,t) представляет собой элементы изображения, оставшиеся после удаления p/2 наименьших и p/2 наибольших значений яркости из множества всех значений функции g(s,t) в окрестности Sxy. При p=0 – среднеарифметический фильтр, при p=(mn-1)/2 - медианный фильтр.

При всей практической очевидности и простотой реализации известные подходы к фильтрации импульсных помех обладают основными и очень важными недостатками, а именно:

- в своем алгоритме они не используют основное свойство некоррелированных аддитивных импульсных помех - предположение о конечности интервала взаимной корреляции полезного сигнала и импульсной шумовой компоненты;
- типовую задачу фильтрации переводят в область нелинейных преобразований, накладывая на решение жесткие детерминированные ограничения в виде дополнительных параметров и признаков

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ЦИФРОВЫХ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ, ИСКАЖЕННЫХ ИМПУЛЬСНЫМИ ШУМАМИ И ПОМЕХАМИ

В.В.Сазонов (Пензенский государственный университет)

МЕТОД СИНГУЛЯРНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ИМПУЛЬСНЫХ ПОМЕХ

Пусть $\tilde{\mathbf{x}} = [\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \ldots, \tilde{x}_k, \ldots, \tilde{x}_n]$ - вектор наблюдаемых данных, искаженный некоррелированной импульсной помехой $\eta = [0, \Delta_2, 0, \ldots, 0, \Delta_k, \ldots, 0]$. Задачей фильтрации является восстановление исходных данных по наблюдаемым данным.

Сформируем матрицу наблюдаемых данных следующего вида

$$\tilde{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 & \tilde{x}_3 \cdots & \tilde{x}_{n-1} \\ \tilde{x}_2 & \tilde{x}_3 & \tilde{x}_4 \cdots & \tilde{x}_n \end{bmatrix}.$$

Воспользуемся ее SVD-разложением вида

$$\tilde{\mathbf{X}} = \mathbf{U} \cdot \mathbf{S} \cdot \mathbf{V}^{\mathbf{T}} = \sum_{i=1}^{2} \sigma_i \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^{\mathbf{T}},$$

Сингулярное разложение переводит матрицу из исходного пространства единичных векторов в ортогональное пространство сингулярных векторов и осуществляет ее линейную декомпозицию, а сингулярное число определяет «вес» отдельной ортогональной компоненты.

Рассмотрим матрицу

$$\tilde{\mathbf{X}} \cdot \tilde{\mathbf{X}}^{\mathbf{T}} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n-1} \tilde{x}_i^2 & \sum_{i=1}^{n-1} \tilde{x}_i \cdot \tilde{x}_{i+1} \\ \sum_{i=2}^{n} \tilde{x}_i \cdot \tilde{x}_{i-1} & \sum_{i=2}^{n} \tilde{x}_i^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{\tilde{x}} & R_{\tilde{x}}(1) \\ R_{\tilde{x}}(-1) & D_{\tilde{x}} \end{bmatrix}$$

Ее собственные значения можно вычислить как

$$\lambda_1 = D_{\tilde{x}} + R_{\tilde{x}}(1);$$

$$\lambda_2 = D_{\tilde{x}} - R_{\tilde{x}}(1).$$

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ЦИФРОВЫХ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ, ИСКАЖЕННЫХ ИМПУЛЬСНЫМИ ШУМАМИ И ПОМЕХАМИ

В.В.Сазонов (Пензенский государственный университет)

МЕТОД СИНГУЛЯРНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ИМПУЛЬСНЫХ ПОМЕХ

Основные свойства импульсных помех можно записать в виде ряда следующих равенств и допущений, а именно:

$$D_{\tilde{x}} = D_x + D_\eta; \quad R_{\tilde{x}}(1) = R_x(1) + R_\eta(1);$$

$$D_x \approx R_x(1); \quad R_\eta(1) \approx 0,$$

Равенства описывают свойство некоррелированности, а приближения – свойство кратковременности импульсных помех по отношению к полезному сигналу.

Учитывая это, следует

$$\lambda_1 = \sigma_1^2 = 2D_x + D_\eta;$$

$$\lambda_2 = \sigma_2^2 = D_\eta$$

На основании изложенного предлагаются следующие выводы:

<u>1 вывод</u>. ***В качестве индикатора наличия импульсных помех в сигнале следует использовать SVD-критерий сингулярных значений матрицы наблюдаемых данных:***

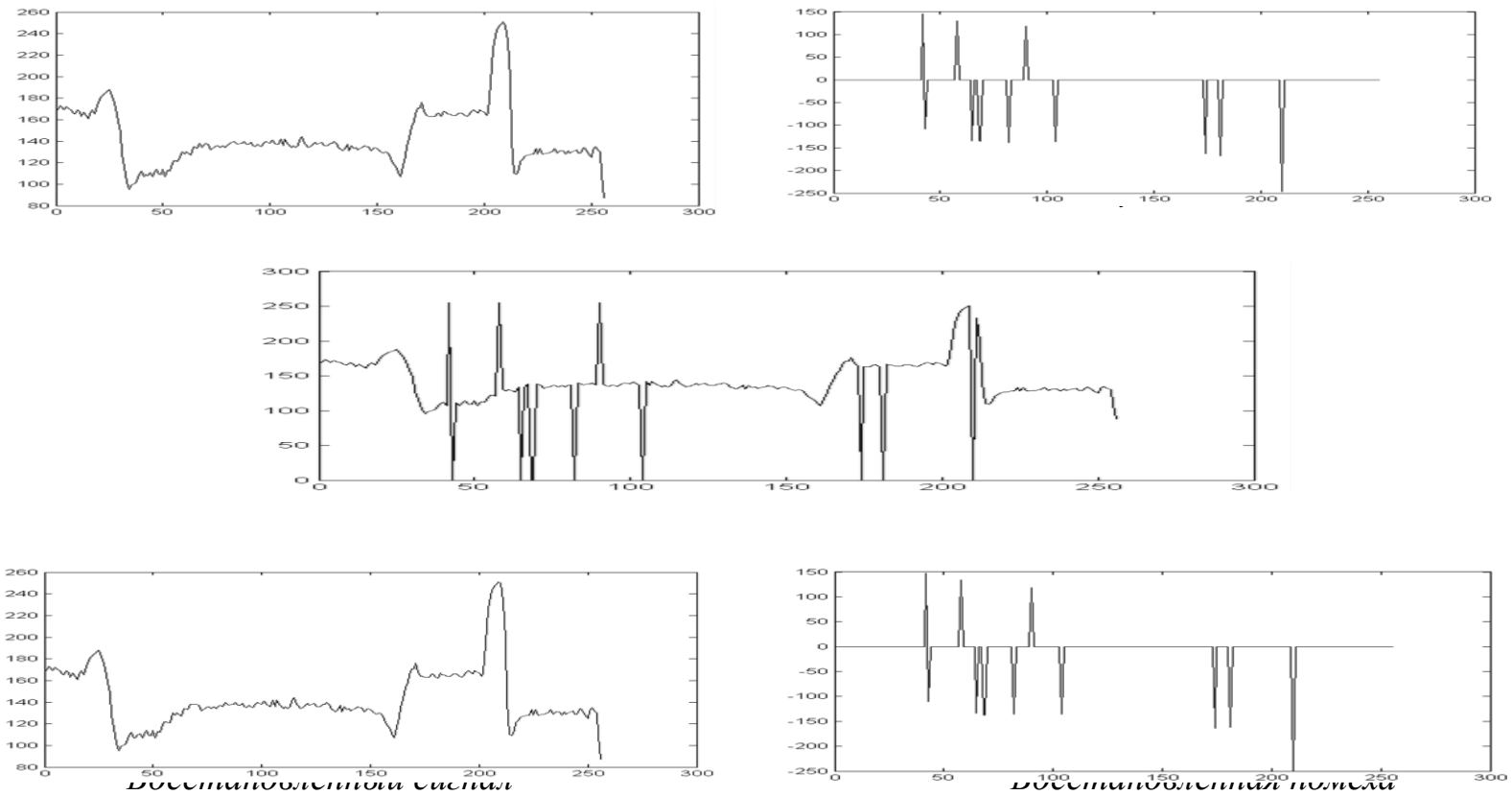
$$I(\Delta) = \begin{cases} 0, & при\ \sigma_1 >> \sigma_2 \approx 0 - помехи\ нет; \\ 1, & при\ \sigma_2 > 0 - помеха\ есть. \end{cases}$$

<u>2 вывод</u>. ***SVD-выделение импульсной помехи возможно при любом полезном сигнале с ненулевой дисперсией*** $D_x > 0$.

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ЦИФРОВЫХ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ, ИСКАЖЕННЫХ ИМПУЛЬСНЫМИ ШУМАМИ И ПОМЕХАМИ

В.В.Сазонов (Пензенский государственный университет)

Пример 1. Восстановления сигнала в присутствии импульсных помех.



ВОССТАНОВЛЕНИЕ ЦИФРОВЫХ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ, ИСКАЖЕННЫХ ИМПУЛЬСНЫМИ ШУМАМИ И ПОМЕХАМИ

В.В.Сазонов (Пензенский государственный университет)

Пример

Сравнительная иллюстрация восстановительных свойств SVD-фильтра импульсных помех

Исходное изображение «Барбара»

Уровень импульсных помех

Искажено 20% пикселей

Восстановление изображения

SVD-фильтр

Медианный фильтр

Искажено 60% пикселей

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ЦИФРОВЫХ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ, ИСКАЖЕННЫХ ИМПУЛЬСНЫМИ ШУМАМИ И ПОМЕХАМИ

В.В.Сазонов (Пензенский государственный университет)

Пример

Избирательные свойства SVD-фильтра импульсных некоррелированных помех

Изображение+фон (без импульсных помех)

Медианный фильтр

Импульсный SVD-фильтр

Изображение+фон (искажено 20% пикселей)

Медианный фильтр

Импульсный SVD-фильтр

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ЦИФРОВЫХ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ, ИСКАЖЕННЫХ ИМПУЛЬСНЫМИ ШУМАМИ И ПОМЕХАМИ

В.В.Сазонов (Пензенский государственный университет)

Пример

Комбинированное искажение изображения гауссовым и импульсным шумами

Пример: изображение «Барбара»(a), искаженное аддитивной комбинацией гауссова шума (b) и импульсными помехами (c)

a)

b)

c)

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ЦИФРОВЫХ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ, ИСКАЖЕННЫХ ИМПУЛЬСНЫМИ ШУМАМИ И ПОМЕХАМИ

В.В.Сазонов (Пензенский государственный университет)

Результат удаления импульсных помех SVD-фильтром (a) с дальнейшим удалением нормального шума SVD-ICA-фильтром* (b)

a)

b)

Результат удаления импульсных помех медианным фильтром (a) с дальнейшим удалением нормального шума фильтром Винера (b)

a)

b)

Примечание: * - работы над основными положениями и алгоритмом работы SVD-ICA-фильтра еще ведутся

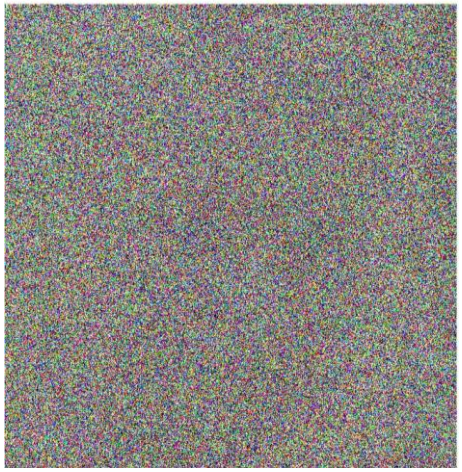
ВОССТАНОВЛЕНИЕ ЦИФРОВЫХ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ, ИСКАЖЕННЫХ ИМПУЛЬСНЫМИ ШУМАМИ И ПОМЕХАМИ

В.В.Сазонов (Пензенский государственный университет)

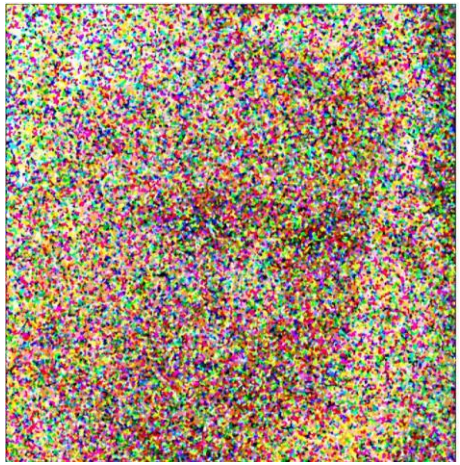
Пример

Предельные возможности восстановления изображения SVD-фильтром импульсных помех

Исходное изображение



Изображение, искаженное **90%** импульсным шумом



Результат медианной фильтрации

Результат SVD-фильтрации

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Изложен метод восстановления наблюдаемого сигнала в условиях действия некоррелированной импульсной помехи на основе ее вероятностной модели.
2. Приведенные примеры иллюстрируют качество SVD-фильтрации импульсных помех в цифровой обработке *нестационарных* сигналов и изображений.
3. Ведется работа по обоснованию более общих вероятностных моделей «кратковременных» помех и шумов с точки зрения их удаления из сигналов и изображений.
4. Представляется перспективным использование изложенного подхода при обработке телеизмерительной информации, в средствах мобильной связи и коммуникаций, способах кодирования и декодирования сигналов и изображений и т.п.

Спасибо за внимание!

Сазонов Владимир Васильевич,
г.Пенза, Пензенский государственный университет
sazonov@inbox.ru